

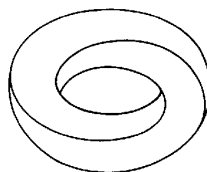
KOLOROWA MATEMATYKA CZYLI JAK ZOBACZYĆ PSEUDO 5-TY WYMIAR

MARIUSZ GROMADA

MARZEC 2003

mariusz.gromada@wp.pl

<http://multifraktal.net>



1 Wykresy inaczej

Tytuł artykułu brzmi może trochę tajemniczo. Zapewniam jednak, że to co opiszę nie ma tak naprawdę wiele wspólnego z jakąkolwiek wielowymiarowością. Poniższy tekst zawiera przedstawienie innego spojrzenia na wykresy różnych funkcji. Nie znajdziecie tutaj prostokątnych układów współrzędnych na płaszczyźnie czy w przestrzeni ponieważ rozważane typy funkcji potrzebowałyby układu aż z 5-cioma osiami współrzędnych.

1.1 Lekcja plastyki

Każdy uczył się w podstawówce na lekcje plastyki. Wiemy, że dowolny kolor można uzyskać z wymieszania trzech innych (podstawowych), w odpowiednich proporcjach. Z tej oto własności korzystają wszelkie telewizory, monitory itp... Ogólnie przyjęto system RGB reprezentacji koloru. W systemie RGB „mieszamy” kolory: czerwony (*Red*), zielony (*Green*), niebieski (*Blue*). Czarny kolor otrzymujemy z zerowej zawartości procentowej każdej ze składowych.



1.2 Kolorowa przestrzeń

Rozważmy odwzorowanie $f : R^2 \rightarrow R^3$ dane wzorem:

$$f(x, y) = (R(x, y), G(x, y), B(x, y))$$

1.3 Przykładowy wykres

gdzie $R, G, B : R^2 \rightarrow R$ są funkcjami spełniającymi warunki:

$$\begin{aligned}0 &\leq R(x, y) \leq 1 \\0 &\leq G(x, y) \leq 1 \\0 &\leq B(x, y) \leq 1\end{aligned}$$

Przyjmijmy, że zawartość procentowa danej barwy składowej jest reprezentowana liczbą z przedziału $[0, 1]$.

Definicja 1.1 *Trójki (r, g, b) i (R, G, B) nazywamy odpowiednio kolorem i pokolorowaniem (gdzie r, g, b są liczbami z przedziału $[0, 1]$).*

Dzięki powyższym założeniom możemy powiedzieć, że funkcja f przyporządkowuje punktom z płaszczyzny R^2 konkretne kolory (jednoznacznie wyznaczone). Czyli f koloruje płaszczyznę R^2 (bądź jej podzbiór w zależności od dziedziny f). Otrzymany w konsekwencji „obraz” można traktować jako wykres funkcji f w dziwnym „kolorowym” układzie współrzędnych.

Definicja 1.2 *Funkcje R, G, B nazywamy monochromatycznymi składowymi funkcji f .*

Interpretacja tego typu wykresów wymaga odrobiny wyobraźni. Punkty zapalone na czarno oznaczają miejsca zerowe. Białe kolory świadczą o osiągnięciu przez funkcje R, G, B maksymalnych wartości (w naszym przypadku jedynek). Ci sprawniejsi rozpoznają nawet ekstrema...

Nadużywając terminologii powiemy, że taki obrazek przedstawia wykres funkcji f umieszczony w 5 – wymiarowej przestrzeni. 5 wymiarów... Pseudo ponieważ wymiar „przestrzeni kolorów” w rzeczywistym świecie wynosi 1.

1.3 Przykładowy wykres

Na następnej stronie znajduje się przykładowy „kolorowy” wykres funkcji:

$$f : [0, \pi]^2 \rightarrow [0, 1]^3$$

gdzie:

$$R(x, y) = \sin x \sin y \quad G(x, y) = |\cos x \cos y| \quad B(x, y) = 1 - \sin \frac{xy}{\pi^2}$$

1.3 Przykładowy wykres

Kolejno od lewej mamy:

- wykres funkcji f
- wykres składowej monochromatycznej R
- wykres składowej monochromatycznej G
- wykres składowej monochromatycznej B

